

### 7.3. Геометрия на еволвентни цилиндрични зъбни предавки.

След определянето на основният закон на зацепването следва да се построят профили, които да отговарят на този закон. Установено е било, че на всяка произволно избрана крива линия, може да се построи еднозначно спрегната крива чрез метода на Рело, която да отговаря на закона на зацепването. Тъй като задачата няма единствено решение, налага се да бъдат удовлетворени и допълнителни условия, чрез които да се осигури единствено решение. Тези условия са продиктувани от практиката и дават възможност за конкретизиране на вида на кривата:

-не се допуска проявата на допълнителни динамични натоварвания, вибрации и шум, следователно  $i_{12} = \text{const.}$ ;

-относителното движение на спрегнатите профили да бъде нечувствително към малки разлики на междуосовото разстояние без промяна на предавателното отношение;

-технологичност на избраната крива.

Независимо от споменатото голямо разнообразие на криви, допълнителните условия са свели броят им до четири: еволвента, циклоидните криви, дъга от окръжност и в някои случаи – права линия. Най-подходяща крива се е оказала е в о л в е н т а т а , тъй като главният проблем – конструирането на режещият инструмент, който поставен на подходяща машина да изработва зъбите на зъбните колела е бил решен много сполучливо. Е в о л в е н т н о т о з а ц е п в а н е е предложено от Ойлер през 1760г.. Видът на еволвентата зависи от диаметъра на основната ѝ окръжност. Колкото е по-голям, толкова по-изправена е тя и обратно.

#### Понятие за еволвентата и нейните свойства

От математична гледна точка еволвентата представлява траектория на точка от права линия, която се отъркалва без плъзгане по окръжност наречена основна /фиг. 7.11/, следователно еволвентата е равнинна крива. При отъркалването на правата в едната или другата посока се образуват два симетрични клона на еволвентата.

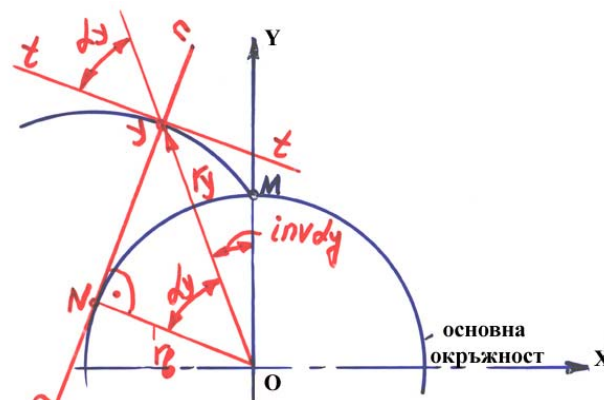
Геометричните параметри на еволвентата са дадени на фигурата:

$r_y$  – радиус на точката  $У$  в полярната координатна система;

$\alpha_y$  - профилен ъгъл;

$\text{inv} \alpha_y$  - еволвентен ъгъл;

$r_b$  – радиус на основната окръжност.



Фиг.7.11.Кръгова еволвентата

$$\text{inv} \alpha_y = \text{tg} \alpha_y - \alpha_y ; r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y} \quad (7.18)$$

Стойностите на еволвентната функция  $\text{inv} \alpha_y$  / чете се “инволута алфа”/ са дадени в таблици в техническите и математическите справочници.

С прилагането на еволвентната функция може да се конструира еволвентна крива – точка по точка, може да се изчисли дебелината на зъба по произволно избрана окръжност и да се коригират еволвентните зъби.

*Основните свойства на еволвентата са :*

1. Всеки клон на еволвентата се определя напълно от радиуса на основната окръжност с радиус  $r_b$  и положението за първоначално отчитане на ъгъла  $\alpha_y$
2. Еволвентата няма точки вътре в окръжността.

3. Нормалата  $N-N$ , в която и да е точка на еволвентата е допирателна към основната окръжност.

4. Центрите на кривата лежат в точките на допирание на съответните нормали с основната окръжност. Следователно основната окръжност е еволвута на еволвентата.

5. С увеличаване на радиуса на основната окръжност еволвентата се изправя и при  $r_b \rightarrow \infty$  се изразжда в права линия.

**Технически проблеми, които могат да се решават:**

За контрол на дебелината на зъбите се използват параметрите:

$S_y$  – дебелина на зъба по окръжност с диаметър  $d_y$ . От (7.18) се получава

$$S_y = \frac{d_y}{\frac{S}{d} - (\text{inv}\alpha_y - \text{inv}\alpha)} \quad (7.19)$$

$S$  – дебелина на зъба по постоянна хорда.

Размерът  $h_c$ , който определя положението на постоянната хорда  $S_c$  / независеща от броя на зъбите/ е

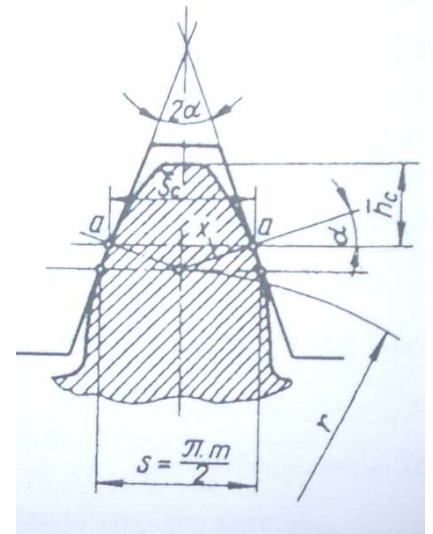
$$\bar{h}_c = m - S_c \frac{\text{tg}\alpha}{2}, \text{ а } \bar{S} = \frac{\pi m \cos^2 \alpha}{2} \quad (7.20).$$

**Геометрия на еволвентното зацепване. Коэффициент на прекриване.**

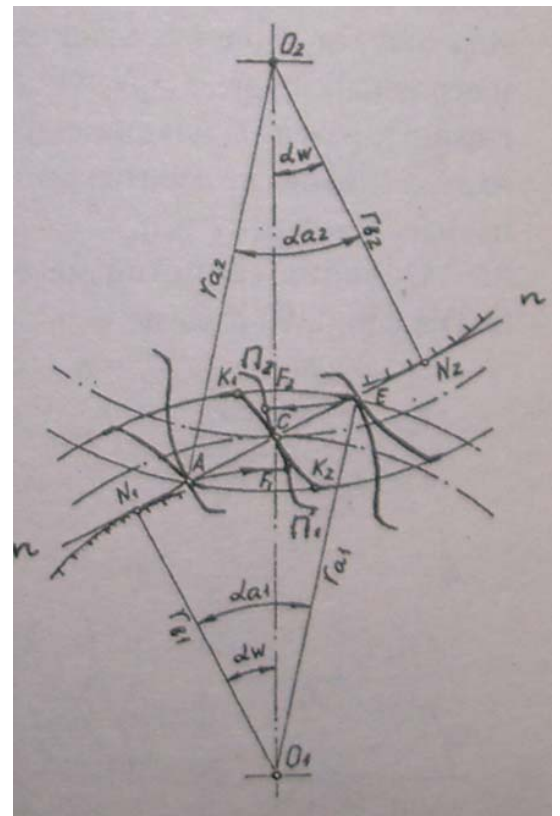
При въртенето на зъбните колела контактната точка на еволвентните профили се премества по общата нормала. Така тя става геометрично място на точките на зацепването и се нарича **линия на зацепване** то на спрегнатите еволвентни профили. Активната част от тази линия, отсечката  $AE$  зависи от геометричните параметри на зъбите и се нарича **отсечка на зацепването**.

Точката на пресичане на линията на зацепването (общата нормала  $n-n$ ) с междуосовата линия  $O_1O_2$  е моментният център на ротация  $C$  на контурите в относителното им движение. Тъй като и двете прави не променят положението си следва, че относителните моментни центрове на ротация заемат постоянно положение в точка  $C$ , т.е. в полюса на зацепването. Следователно центроидите в относителното движение на звената представляват окръжности с радиуси  $r_{w_1}$  и  $r_{w_2}$ . Тези окръжности се наричат **начални окръжности** / виж т.7.2/ и се търкалят без приплъзване, т.е.  $2 \cdot 1 \cdot P \cdot P =$  и следователно предавателното отношение е постоянна величина.

**Линията на зацепване  $n-n$**  е в същото време и линия по която се предава натиска, тъй като силата на притискане на единия профил към другия (ако не се отчита триенето) действа по общата нормала. Допустимият ъгъл на предаване на силата  $\alpha_w$  е стандартен и е  $\alpha_w = 20^\circ$ . Нарича се **ъгъл на зацепването**.



Фиг. 7.12



Фиг. 7.13

При зададено междуосово разстояние  $O_1O_2$  големината на радиусите  $r_{w_1}$  и  $r_{w_2}$  на основните окръжности зависи от ъгъла на зацепването  $\alpha_w$ . Това се установява от триъгълниците  $O_1N_1C$  и  $O_2N_2C$  (фиг.7.13), т.е.  $r_{b_1} = r_{w_1} \cos \alpha_w$  и  $r_{b_2} = r_{w_2} \cos \alpha_w$ . Следователно

$$r_{b_1} + r_{b_2} = a_w \cos \alpha_w \quad (7.21).$$

С нарастване на  $a_w$  нараства и  $\alpha_w$ , но  $\cos \alpha_w$  намалява и уравнение (7.21) остава постоянно. От изложеното следва, че изменението на междуосовото разстояние  $a_w$  се отразява върху изменението на  $r_{w_1}$  и  $r_{w_2}$ , но не и върху предавателното отношение  $i$ .

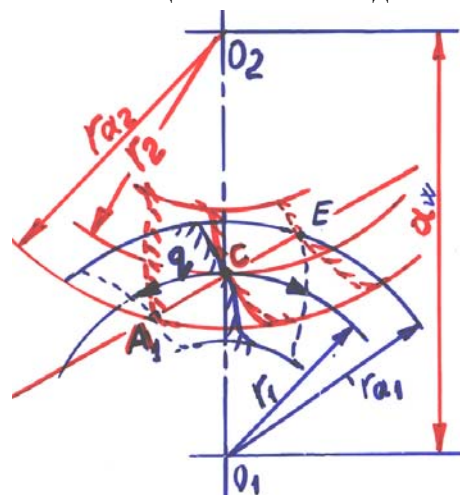
Това означава, че изменението на между осовото разстояние не влияе на големината на предавателното отношение и евентуални грешки при монтажа няма да влияят на работата на предавката.

*Основни свойства на еволвентното зацепване:*

- evolвентните профили са спрегнати и осигуряват постоянно предавателно отношение. При това щом единия профил е еволвентен, задължително е и другия профил да е еволвентен;
- evolвентното зацепване е нечувствително към изменението или неточното спазване на междуосовото разстояние;
- evolвентното външно зацепване е възможно само в границите  $N_1 N_2$ ;
- при равномерно въртене на зъбните колела точката на зацепването се движи равномерно по отсечката на зацепването АЕ и неравномерно по зъбните профили.

*Отсечка на зацепване* – при въртене на колелата отделните зъбни двойки периодично влизат в допир, работят заедно и се разделят. Точките А и Е са съответно начало и край на зацепването на разглежданата зъбна двойка /фиг.7.13/. Отсечката АСЕ се нарича отсечка на зацепването защото тя представлява геометричното място на точките на допиране на зъбните профили в процеса на работа на зъбната двойка. *Зацепването е възможно само в границите на отсечката  $\bar{N}_1 \bar{N}_2$ , определена от допирните точки  $N_1$  и  $N_2$  на линията на зацепването към основните окръжности.*

За да могат две еволвентни зъбни колела да работят заедно е необходимо стъпките / или модулите / и профилните ъгли да бъдат еднакви, т.е.  $P_1 = P_2 = P$ ;  $m_1 = m_2 = m$ ;  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$



Фиг.7.14

### **Коефициент на челно препокриване.**

За да има непрекъснатост на зацепването на и плавна работа на предавката е необходимо преди едната зъбна двойка да е излязла от зацепване, следващата зъбна двойка вече да се зацепила /фиг.7.14/. За да бъде плавна работата на зъбната предавка е необходимо дъгата на зацепването  $q$  да бъде по-голяма от стъпката  $P$ , мерена по делителната окръжност.

Отношението на дъгата на зацепване  $q$  /или отсечката на зацепване АСЕ/ към стъпката се нарича коефициент на препокриване  $\xi_\alpha$ .

$$\xi_\alpha = \frac{\bar{q}}{P} \geq 1 \quad (7.22).$$

Теоретично би била достатъчна стойност  $\xi_\alpha = 1$ , но на практика се предпочита  $\xi_\alpha \approx 1,1 \dots 1,2$ .

Коефициентът на челно препокриване не зависи от модула и нараства при увеличаване на броя на зъбите  $Z_1$  и  $Z_2$ . Най-голямата възможно стойност за зъбни колела с прави зъби е  $\xi_\alpha = 2$ .

*физическо тълкуване на коефициента на челно препокриване*- ако за една предавка  $\xi_\alpha = 1,4$  при работа на двете зъбни колела 60% от времето ще бъде зацепена само една зъбна двойка, а през останалите 40% - две зъбни двойки /фиг.7.15/.

Коефициентът на препокриване оказва влияние на плавната и безшумна работа, както и на товароносимостта на предавката.

### **Специфични геометрични елементи на колелата с еволвентен профил / с прави зъби/.**

Съгласно БДС 1527-84, при еволвентните зъбни колела профилният ъгъл  $\alpha$ , мерен по делителната окръжност  $\alpha = 20^\circ$  / за некорегирани зъбни колела ъгълът на зацепване  $\alpha_w$  е равен на ъгъла на изходния произвеждащ контур, т. е.  $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$  - виж т.7.2, фиг.7.7/. С този ъгъл се определя еднозначно диаметърът на основната окръжност

$$d_b = d \cdot \cos \alpha = m \cdot z \cdot \cos \alpha \quad (7.23)$$

където  $d$  е диаметър на делителната окръжност.

Диаметрите на началните окръжности могат да се изразят чрез ъгъла на зацепването

$$d_{w1} = \frac{d_{b1}}{\cos \alpha_w} = m \cdot z \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \quad (7.24)$$

В общия случай на еволвентно зацепване, при коригирани зъбни зацепвания /когато делителните и началните окръжности не съвпадат/ междуцентровото разстояние  $a_w$ .

$$a_w = \frac{1}{2}(d_{w1} + d_{w2})$$

$$a_w = m \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \quad (7.25)$$

### *Условия за спрегнатост*

Необходимо условие за спрегнатост на еволвентни зъбни колела са равенство на профилните ъгли и окръжните стъпки по делителните повърхнини:

$\alpha = \alpha_2 = \alpha$  - профилен ъгъл по делителната окръжност;

$r_1 = r_2 = r_t$  - стъпка по делителната окръжност;

$\alpha_{w1} = \alpha_{w2} = \alpha_w$  ъгъл на зацепването;

$r_{w1} = r_{w2} = r_w$  - стъпка мерена по началната окръжност.

Тези две условия могат да се обединят в едно  $r_{b1} = r_{b2} = r_b$ . Това условие естествено важи и при изменение на междуосовото разстояние, т.е. и за общия случай, когато колелата не се търкалят по своите делителни окръжности.